Einstein igaza és a Big Bell Test tévedése

Alkalmatlan matematikai modell miatt hibás a Bell-kísérletek értelmezése

Néhány nappal ezelőtt elárasztották a bulvársajtót az angolul *Big Bell Test*nek nevezett kísérletről szóló hírek. Nem kívánok véleményt nyilvánítani a témában készült „híranyagok” szalagcímeiben a „százezren bizonyították”, az „Einstein tévedett” és hasonló blikkfangos, de irritálóan hamis megnyilvánulásokkal kapcsolatban. Sokkal inkább magának a **Bell**-egyenlőtlenségnek az értelmezését szeretném bírálni. Korábban kifejtettem már a véleményemet ezzel kapcsolatban; a *„Kvantummacskák és más kvantumhuncutságok I-IV.”*[1] című cikk-sorozat utolsó részében. E szériának minden írása a kvantumfizika alapvető fogalmait magyarázza egy kicsit másképp, így a kvantum-összefonódást, az EPR gondolatkísérlet körüli vitát, a rejtett változókat és végül **J. S. Bell** egyenlőtlenségeit, melyek abból a célból születtek, hogy kísérletekkel eldönthető legyen a rejtett változók létének kérdése. Most nem szeretném a cikksorozat részletességével tárgyalni a témát, de szükségesnek tartom ismét összefoglalni a Bell-egyenlőtlenséggel kapcsolatos probléma lényegét.

1. A valószínűségek matematikájának rövid áttekintése

A kvantummechanikának – továbbiakban QM – mind a csoportelméleten alapuló algebrai, mind a **Hilbert**-térrel leírt formalizmusában meghatározó szerepet játszanak a komplex számok. Az algebrai leírásban használt J konstansra $J^2=-1$ igaz a QM-ben, ismert ugyanakkor, hogyha az algebrai egyenletekben ennek a konstansnak az értékét úgy változtatjuk meg, hogy $J^2=0$ és $J\neq 0$, akkor a klasszikus mechanika egyenleteihez jutunk. Ez utóbbi konstans a parabolikus – másképp duális – számok képzetes egysége. Ezzel már érzékelhető a kételemű számok meghatározó szerepe a mechanikák leírásában. Néhány éve – elsősorban **Andrei Khrennikov**[2] írásaiban – megjelent a hiperbolikus QM lehetősége is oly módon, hogy a QM **Hilbert**-térrel leírt formájában a komplex koordinátákat hiperbolikus számokra cserélte **Khrennikov**, és így eljutott egyfajta *hiperbolikus* valószínűség eszméjéhez. Ennek az elképzelésnek a továbbgondolásával le tudtam vezetni, hogy a **Hilbert**-tér formalizmusában a komplex koordináták *parabolikus* számokra való cseréje a klasszikus valószínűségszámítás módszertanához vezet.[3] Így mind az algebrai, mind a **Hilbert**-tér féle leírásban a komplex és a parabolikus számok használata alapján választható szét a mechanika QM-re illetve a klasszikus mechanika matematikai ábrázolására. A **Khrennikov** által felvetett hiperbolikus QM egyelőre vita tárgya, sokan megkérdőjelezik, hogy vannak-e egyáltalán olyan jelenségek, melyeknél ez használható. (Szerintem ez a módszertan az információ-változásokkal kapcsolatos leírásokra alkalmas. Ez a hipotézis igen fontos a **Bell**-egyenlőtlenségekkel kapcsolatban is, de részletezése most mellőzhető.) Lényegbevágó viszont

[1] http://www.infinitemath.hu/egyeb

[2] Lásd például **Adrei Khrennikov**, „*Hyperbolic quantum mechanics*” című írását; http://arxiv.org/abs/quant-ph/0101002

[3] Lásd a „*Széljegyzetek Andrei Khrennikov hiperbolikus kvantummechanikájához*” című cikket; http://www.infinitemath.hu/egyeb/201-szeljegyzetek-andrei-khrennikov-hiperbolikus-kvantummechanikajahoz

az, hogy mindhárom kételemű számtípusra felírt valószínűségek esetén[4] – pontosabban kettőnél, mivel a hiperbolikusról még nincs bizonyított tapasztalatunk – a valószínűségek amplitúdó-négyzetéből számítjuk a tapasztalat által is megerősített valószínűségeket, ami matematikailag azt jelenti, hogy a kételemű számok norma-négyzetét vesszük alapul a valószínűségekhez. Ez a QM komplexszám-használatánál nem is okozott gondot eddig, hiszen ott a norma-négyzet – azaz a komplex szám abszolút-értékének négyzete – mindig pozitív, és csak akkor 0, ha a komplex szám összetevői, „koordinátái" is nullák. Ez utóbbi két állítás viszont nem igaz a hiperbolikus és a parabolikus számoknál, ugyanis mindkettőnél lehet a normanégyzet nullával egyenlő nem-nulla összetevők esetén is, a hiperbolikus számoknál pedig még negatív norma-négyzet is előfordul. Ebből következőleg a háromszög-egyenlőtlenségek csak a számsík korlátozott tartományán igazak e két esetben. Korábbi írásaimban én is használtam a kételeműekre a háromszög-egyenlőtlenségeket, mivel érdekes volt az eltérésük[5] a különböző számsíkokon, de az előbb megfogalmazottak miatt ma már – részben épp a **Bell**-egyenlőtlenségek körüli félreértések miatt – nem tartom helyesnek ezeknek a háromszög-egyenlőtlenségeknek a használatát, hanem helyettük a mindhárom számsíkon teljes körűen igaz – és az adott számfogalomnak megfelelő – általánosított koszinusz-tétel alkalmazását tartom megfelelőnek. Ez annál is indokoltabb, mivel egy háromszög oldalhossz-négyzeteire felírt általános koszinusztételt használjuk a független események valószínűségeinek összegzésénél is:

$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2| \cos\Theta$ a QM-beli komplex valószínűségi amplitúdókra,

$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2| \cosh\Theta$ a hiperbolikus valószínűségekre,

$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2| \operatorname{cp}\Theta$ a parabolikus valószínűségi amplitúdókra.

A legutóbbi egyenletben a parabolikus (duális) koszinusz függvényre $\operatorname{cp}\Theta \equiv 1$, ezért ez megegyezik a klasszikus valószínűségi összefüggésekkel.

2. A Bell-egyenlőtlenségek problémája

A fentiek szükségesek voltak a **Bell**-egyenlőtlenségek körüli probléma magyarázatához. **Bell** tulajdonképpen hasonló hibát követett el, mint az általa is bírált **Neumann**-cáfolat a rejtett változókra. Hallgatólagosan **Bell** is feltételezi, hogy a rejtett változók tulajdonságai ugyanazzal a matematikai apparátussal írhatók le, mint a valószínűségek általa ismert összefüggései. A tájékozatlansága érthető, hiszen a XX. század hetvenes évei előtt annak a számkörnek – a hiperbolikus számsíknak – a tulajdonságai még feltáratlanok voltak, és jórészt még ma is azok, melyeknél leginkább megmutatkoznak a háromszög-egyenlőtlenségek használatának korlátai és eltérése a különböző számsíkokon.

Bell tehát indirekt módon abból a feltevésből indult ki, hogy vannak rejtett változók, ugyanakkor hallgatólagosan azt is magától értetődőnek gondolta, hogy ezekre is az addig ismert és használt matematikai összefüggések igazak. Így a levezetett egyenlőtlenségei magukban rejtették azt a hibát, hogy ez a matematika olyan rejtett változókra, melyekre nem

[4] Részletesen lásd a 3. lábjegyzetbeli cikket.

[5] A háromszög-egyenlőtlenségek a három számsíkon:

- **Komplex számsíkon a**z egész számsíkra, ahol P, P_1, P_2 komplex számok:

  $|P| \le |P_1| + |P_2|$

- **Parabolikus számsíkon a** számsíknak arra a felére, ahol P, P_1, P_2 parabolikus számok valós része nem negatív szám:

  $|P| = |P_1| + |P_2|$

- **Hiperbolikus számsíkon a** számsíknak arra a síknegyedére, melynél P, P_1, P_2 hiperbolikus számok valós része nem negatív szám, és a számvektorok meredekségének abszolút-értéke kisebb, mint egy:

  $|P| \ge |P_1| + |P_2|$

az épp ismert valószínűségi összefüggések alkalmazhatóak, ellentmond a valós tapasztalatoknak. A tapasztalatoknak való ellentmondás tehát nemcsak, sőt egyáltalán nem azt jelenti ebben az esetben, hogy a kiinduló feltételek, azaz a rejtett változók hipotézise hamis, hanem a számítási módszer elégtelen voltát jelzi.

3. Összegzés

A matematika története során sokszor előfordult ehhez hasonló tévedés, azaz olyan melléfogás, amikor az aktuálisan ismert számkörben nem találtak megoldást egy problémára, és ebből hibás következtetésre jutottak. Például a püthagoreusok bizonyos szakaszokat összemérhetetleneknek tartottak, pedig azok csak a racionális számok körében nem voltak mérhetőek. Másik példa a másodfokú egyenletek megoldásának tárgyalása. Még ma is sok helyen úgy tanítják elemi szinten, hogy a másodfokú egyenletnek nincs megoldása, ha a diszkrimináns negatív, holott ekkor is van megoldás, csak nem a valós számok körében. Ezek az esetek eggyel gyarapodtak a **Bell**-egyenlőtlenségek félreértelmezésével, hiszen a kételemű számokkal felírható háromféle valószínűségi összegzés ismeretének és használatának hiányában még ma is világszerte arra a következtetésre jutnak a **Bell**-egyenlőtlenségeknek ellentmondó tapasztalatból, hogy nincsenek rejtett változók, és a QM matematikája teljes leírást ad, még ha furcsát is. Mekkora tévedés! Megint **Einstein** megérzése bizonyul helyesnek, mivel ő hitt a rejtett változókban és a QM matematikájának nem-teljes voltában. Pedig ő nem is ismerte a kételemű számok körét, és kapcsolatukat a valószínűségszámítással.[6]

Megjegyzem, hogy a **Bell**-egyenlőtlenségek helyett csak akkor dolgozható ki helyes feltétel-rendszer, pontosabban a QM matematikája akkor tehető teljessé, ha a különböző kételemű számok *közötti* műveletek ismertek lesznek, azaz felfedezzük azt a bővebb számkört, melynek mindhárom kételemű számsík a részét képezi. Erről az elképzelésről szólt a nemrégiben írt cikkem; *„Hogyan tovább egy új számrendszerhez?”*[7] A kételemű számok jelenleg „vízválasztók” a különböző rendszerek leírásában, de szükségünk van a közös matematikájukra, hogy egységes keretbe foglalhassuk a fizika eddig külön tárgyalt, és különbözőnek gondolt területeit.

---

[6] Sajnálom **Einstein**t, hogy – miközben az eddig élt egyik legzseniálisabb fizikus volt – ugyanakkor nem volt olyan jó matematikus, mint **Newton**, aki képes volt felfedezni és kidolgozni azt a matematikát, amire a fizikai meglátásainak leírására szüksége volt.
Érdekes, hogy a **Bell**-egyenlőtlenségek, sőt az egész QM szempontjából is meghatározó jelentőségű *hiperbolikus számok* **Einstein** másik nagy elméletrendszerében, a speciális relativitáselméletben is kulcsfontosságúaknak bizonyulnak. Meglepőnek tartom, hogy milyen későn nyert teret a **Lorentz**-transzformáció és a hiperbolikus számok kapcsolatának felismerése. Még **Feynman** is úgy jellemezte a **Lorentz**-transzformációt híres hallgatói jegyzetnek készült fizika-tankönyvében, hogy olyan, mintha forgást írna le, de mégis más. **Taylor-Wheeler** ismeretterjesztő téridő-fizikájában végre megjelennek a *hiperbolikus függvények* a **Lorentz** transzformáció matematikájában. Még ez után is el kellett telnie egy-két évtizednek, hogy megjelenjenek a hiperbolikus *számok*, mint modell-eszközök a speciális relativitás-elméletet illetően.
[7] http://www.infinitemath.hu/matematika/326-hogyan-tovabb-egy-uj-szamrendszerhez