Egy univerzális valószínűségszámítás felé
II. rész

Egyedek és sokaságok eseményei

1. Egyetlen kvantum és sokaságai a kétrés kísérletben

Az interferenciaképet, illetve annak hiányát lehet úgy interpretálni, mint a kvantumnyaláb – tehát nem az egyedi kvantum – szerkezetének változását a két résen átjutva. Az érzékelő képernyő a nyaláb – időbeli és térbeli, azaz téridőbeli – metszetét mutatja. Ugyanakkor megfelelő intenzitás mellett a képernyő „szemcsésséget” is tükröz, azaz egyedi kvantumokat, pontosabban a kvantumok felnagyított képét mutatja. A **Feynman** által leírt esetben a mikroesemény makroszintre való egyfajta felnagyítása elektronsokszorozóval történik a hangszórókban. Fontos észrevenni, hogy *nem* ez a nagyítási folyamat jelenti azt, hogy amplitúdó helyett intenzitást mérünk, hiszen a hangszórónak a hatások sokszorozásával elért kattanása egyetlen beérkezett elektront jelez: egy elektron – egy kattanás. Nevezzük ezt a sokszorosítást *technikai nagyítás*nak. Egy adott helyzetű detektor által jelzettek *gyakorisága* jelenti egy jelenség *„valódi” felnagyítását*, más szóval az óriási mennyiségű kvantum által „rajzolt” interferenciaképet tekintem a mikroesemények *felnagyításának*. Ez pedig a matematikai modellre vonatkozóan azt jelenti, hogy valószínűséget az intenzitással arányos amplitúdónégyzetből tudom csak számolni, amely valószínűség értelemszerűen nem kvantumra, hanem egy nagyítás során megjeleníthető kvantumsokaságra vonatkozik.

Ez a kettősség; azaz a teljes kvantumnyaláb szerkezetének ábrázolása és egyúttal a nyalábot alkotó elemek – inkább elemcsoportok – felmutatása nagyon sok információt tartalmaz; megmutat egyfajta makroszkopikus struktúrát, ugyanakkor mikroszkopikus elemsokaságokat is tükröz. Az információnak ez a makroszkopikus-mikroszkopikus kettőssége késztet mindenkit arra, hogy a kvantumcsoportok (részecskék) részleges információinak és a makrostruktúrát (hullámot) jellemző interferenciaképnek a kapcsolatát feltárja. E törekvés eredményei még ma sem magyaráznak meg mindent, és ezért marad az érdeklődés középpontjában a kétrés kísérlet, amiről **Feynman** azt írta, hogy *„magában rejti a kvantummechanika lényegét”*[1].

A fentiekhez meg kell említenünk azt az eltérő szemléletet is, amit **Dirac** képviselt, és azóta sokan mások is vallanak. **Feynman** elektronokkal leírt kétrés kísérlete azt a megközelítést támogatja, amit kezdettől fogva úgy interpretáltak az interferenciával kapcsolatban, hogy az interferenciaképben a nagyobb intenzitású részekre sok kvantum esik, az interferenciacsíkok közötti részekre viszont kevés, azaz a kialakuló kép a részecskék statisztikus eloszlását mutatja. Ezt a nézetet képviseli **Khrennikov** kontextuális valószínűségi modellje is, és a saját megközelítésem is ehhez áll közel, amint ezt már eddig is világossá tettem, a későbbiekben pedig megerősítem néhány fogalom tisztázása után. **Dirac** viszont a hullámfüggvényből nyerhető – és egyetlen fotonra vonatkozó –

[1] Magyarul; **R. P. Feynman – R. B. Leighton – M. Sands**, *Mai Fizika*, 3. kötet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969., 144. oldal. Itt olvasható **Feynman**nak a sokak által idézett és gyakran csipkelődő megjegyzésekkel körített mondata: „Valójában ez a jelenség tartalmazza az *egyetlen* rejtélyt.”

valószínűségi információkból kiindulva amellett kardoskodott, hogy a foton önmagával interferál, azaz a hullámfüggvény *egy* foton előfordulási helyére ad valószínűségi információt és nem fotonok lehetséges számára az adott helyen.[2] Sajnos ezek féligazságok, és a foton önmagával való interferálása hibás végkövetkeztetés szerintem. Ugyanis a ψ hullámfüggvény valóban vonatkozhat egy fotonra, és sokak szerint a foton állapotáról teljes leírást ad, de mérni csak a $|\psi|^2$-et, másképp valószínűségi sűrűségét, vagyis intenzitását tudjuk mérni a fotonnak, ez pedig a gyakorlatban nem jelent mást, mint a fotonok gyakoriságának mérését, azaz a fotonok lehetséges számának megállapítását egy adott állapotban, például egy adott helyen. A mérés után a kvantumot már egy másik hullámfüggvény írja le, és ezt nevezik az eredeti hullámfüggvény összeomlásának. **Neumann** 1-es és 2-essel jelölt mérési- és hullámleírásai épp ezeket a folyamatokat járják körül. A méréssel megszűnik a hullámfüggvény folytonossága, és hasznos ekkor a fizikai mérések makroszinten is tapasztalt, a matematikai folytonosságtól eltérő „fizikai folytonosságára" gondolnunk, amit **Henri Poincaré** írt le nagyszerűen a „*Tudomány és föltevés"* című esszéjében.[3]

Összefoglalva; egyetlen kvantum – technikai felnagyítással való – detektálása az észlelő képernyőn nem ad információt arról, hogy két rés nyitottsága esetén a képernyő bizonyos részein alig van jelzés beérkező részecskéről, más részein viszont ezekből több is van, mint egyetlen nyitott rés esetén. Tehát egyrészt a rések közötti középponttól mért különböző x távolságokon kell minél több detektálást végezni, másrészt ezen x pontok mindegyikében azonos időtartam alatt kell a detektálásokat számolni, mellyel az adott helyre vonatkozó valószínűséget tudjuk jellemezni.

2. Egyetlen kvantum valamint kvantumsokaságok eseményei a valószínűségszámításban

Már említettem, hogy **Kolmogorov** nem definiálja, és körül sem írja a valószínűségszámítás alapfogalmát, az eseményt. Kitértem ennek a fogalomnak a téridővel való kapcsolatára, de nem említettem eddig még egy fontos – és határozatlan – tulajdonságát az eseménynek a kolmogorovi elméletben; mégpedig az esemény sokaság vs. egyediség jellegét, vagy, ahogy **von Mises** nevezi: a kollektív eseményt szemben a szinguláris eseménnyel. **Von Mises** frekventista interpretációjában csak kollektívák szerepelnek, a szinguláris – azaz egyedi események – csak a kollektívák elemeiként jelennek meg. Ezzel szemben **Kolmogorov** a halmazelmélet alapfogalmaira alapozza mind az eseményeket, mind a közöttük definiált műveleteket.[4] Így a halmaznak megfelelő eseményfogalom elemszámossága éppúgy határozatlan, ahogy a halmazoké.

A kolmogorovi matematika és a misesi szemlélet *látszólagos* ellentmondása köszön vissza a kvantummechanikában, amikor **Dirac**hoz hasonlóan sokan egyetlen foton önmagával való interferálásáról beszélnek, mások pedig a kvantumok sokaságát feltételezik az interferenciajelenségben. Azért neveztem látszólagosnak az ellentmondást, mert nem ugyanaz a tárgya a két álláspontnak: a hullámfüggvény úgy viszonyul a mérés matematikájához, amilyen kapcsolatban van **Newton** első törvénye – a nyugalomról és az egyenletes mozgásról – az ütközések leírásához. Tudniillik az előbbi addig érvényes, amíg az utóbbi be nem következik. **Dirac**nak nem volt igaza a fotonok önmagukkal való interferálásával kapcsolatban, mert az interferencia egyfajta

[2] **Dirac**, *The Principles of Quantum Mechanics*, „What they did not clearly realize, however, was that the wave function gives information about the probability of *one* photon being in a particular place and not the probable number of photons in that place. … The new theory, which connects the wave function with probabilities for one photon, gets over the difficulty by making each photon go partly into each of the two components. Each photon then interferes only with itself. Interference between two different photons never occurs."

[3] Lásd a **2. Mellléklet**et.

[4] Ehhez lásd az **1. Mellékletet**, amely a **Kolmogorov** által párhuzamba állított halmazelméleti és valószínűségszámítási fogalmakat mutatja be.

mérés, így a matematikája sem a hullámfüggvényé, hanem az elemi eseményeket felnagyító, kvantumok sokaságát leíró formalizmusé, a valószínűségnek a hullámfüggvény amplitúdónégyzetével történő meghatározásáé. Elvégre az interferencia akkor alakul ki, ha hullámszerűen viselkedő részecskéket ütköztetek a detektáló felületnek. Itt fontos megjegyezni, hogyha az interferenciát tekintjük a hullámmozgás egyik megnyilvánulásának, akkor a kvantumok sokasága viselkedik hullámszerűen. Ez nem mond ellent sem annak, hogy egyetlen kvantum is hullámfüggvénnyel írható le, sem annak, hogy az elektromágneses hullámnak nincs közvetítő közege.

A hullámfüggvénynek tehát nem kell olyan értelmezést adni, mintha az a fotonok lehetséges számára adna valószínűségi információt egy adott állapotban – ebben **Dirac**nak igaza volt – ugyanakkor a hullámtulajdonságok megismerése, azaz *mérése* a kvantumok igen nagy sokaságának megfigyelését feltételezi. **A kvantummechanika lényegi megállapításai *valószínűségi* jellegűek, ez pedig már önmagában is azt jelenti a valószínűség *arányszám* jellegénél fogva, hogy *mérések sokaságával* – vagy a *kvantumok sokaságának mérés*ével – közelíthetjük meg ezt a valószínűségi értéket.** Egyetlen foton egyetlen pályamozgásának vizsgálatával nem juthatunk el az interferenciaképhez, de nem kaphatjuk meg a fény részleges visszaverődésének arányszámait sem, és a hullámtulajdonságok egyéb jellegzetességét sem ismerhetjük meg egyetlen kvantum egyetlen *mérés*ével.

Ezzel választ kaptunk arra a régóta megválaszolatlan kérdésre is, hogy miért az amplitúdónégyzet méri a valószínűséget a kvantumok világában. A magyarázat nem is túl bonyolult, hiszen az intenzitás az amplitúdónégyzettel arányos, és mérni csak a kvantumok számával arányos intenzitást tudjuk, mert a parányok világának jellemzőit csak felnagyítva, a kvantumok sokaságát megtapasztalva tudjuk megismerni. Ez az oka egyben annak is, miért valószínűségszintű az ismeretünk a parányok világában: a kvantumok sokaságában az azonos állapotok arányát tudjuk mérni, vagyis az egyes állapotok valószínűségét.

Megjegyzés

Ha – **Khrennikov**hoz hasonlóan – le tudom írni az interferenciát részecskékkel, akkor valamennyi hullámtulajdonságot modellezni tudom már részecskeképpel is, ugyanis az interferencia jelenségen kívül már minden egyéb hullámjellegzetesség magyarázható kizárólag részecskék feltételezésével.

(*Folytatása egy következő cikkben*)

1. Melléklet

Az alábbi idézet **Kolmogorov** *„A valószínűségszámítás alapfogalmai”*[5] című művéből való, ahol Ω azon ω elemek halmaza, amelyeket elemi eseményeknek nevezünk, a nagybetűvel jelöltek pedig Ω részhalmazai.

Halmazelméletben	*Véletlen eseményekre*
1. A és B diszjunktak, azaz $AB = \emptyset$.	1. A és B események kizárják egymást.
2. $AB\ldots N = \emptyset$.	2. $A, B, \ldots, N$ események kizárják egymást.
3. $AB\ldots N = X$.	3. X esemény valamennyi $A, B, \ldots, N$ esemény egyidejű megvalósulásából áll.
4. $A \cup B \cup \ldots \cup N = X$.	4. X esemény $A, B, \ldots, N$ események legalább egyikének a bekövetkezését jelenti.
5. $\bar{A}$ komplementer halmaz.	5. $\bar{A}$ az A esemény be nem következését jelentő ellentett esemény.
6. $A = \emptyset$.	6. A lehetetlen esemény.
7. $A = \Omega$.	7. A-nak szükségszerűen be kell következnie.
8. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ halmazok $\mathfrak{A}$ rendszere az Ω halmaz *felbontása*, ha $$A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \Omega,$$ ahol feltesszük, hogy az A_i halmazok páronként diszjunktak. (A + jelet csak diszjunkt halmazok egyesítésére fogjuk használni.)	8. Az $\mathfrak{A}$ *kísérlet* abból áll, hogy megállapítjuk: az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ események közül melyik következik be; ebben az esetben $A_1, A_2, \ldots, A_n$-t az $\mathfrak{A}$ kísérlet lehetséges kimeneteleinek nevezik.
9. B az A részhalmaza: $B \subseteq A$.	9. B esemény megvalósulásából szükségszerűen következik A megvalósulása.

2. Melléklet

Nagyon szemléletesen mutatja be Poincaré a matematikai és a fizikai folytonosság különbségét:

> *„Megfigyelték például, hogy valamely 10 gramm súlyú A test és valamely 11 gramm súlyú B test egészen azonos érzeteket kelt. Hasonlóképpen nem lehetett megkülönböztetni a B testet a 12 gramm súlyú C testtől, de az A és a C súlyának egymástól való megkülönböztetése már sikerült.*
> *E kísérlet nyers adatai tehát a következő vonatkozásokkal tűntethetők fel:*
> $$A = B;$$
> $$B = C;$$
> $$A < C.$$
> *Ezek a vonatkozások a fizikai folytonosság képleteinek tekinthetők.*
> *Az ellentmondás elvével ez homlokegyenest ütközik, és hogy ezen összeütközést megszüntessük, kénytelenek voltunk a matematikai folytonosságot*[6] *feltalálni."*[7]

---

[5] **A. N. Kolmogorov**, *A valószínűségszámítás alapfogalmai*, Hungarian translation © **Zibolen Endre**, Typotex, 2010, 17. oldal.
[6] Az eredeti szövegben a „folytonosság” szót a „kontinuum” szó jelzi.
[7] **Henri Poincaré**, *Tudomány és föltevés*, lásd az alábbi linken http://www.infinitemath.hu/images/stories/Poincare_Tudomany_felteves.pdf