Kvantummacskák és más kvantumhuncutságok IV. rész

Bell egyenlőtlenségek

Tartalom

1. Bevezető gondolatok

A cikksorozatom végére hagytam a számomra legizgalmasabb és legérdekesebb részt a bizarrnak tartott kvantum-jelenségekre vonatkozóan. A **Bell** egyenlőtlenségek tárgyalásához szükséges volt azoknak a témáknak az áttekintése, melyekről az előző kis írásaim szóltak, és még ebben a cikkben is hosszú gondolatsor előzi meg a **Bell** egyenlőtlenségek tárgyalását. Ezek a témák azonban feltétlenül szükségesek ahhoz, hogy megfelelően tudjuk értelmezni a Bell egyenlőtlenségeket.

Idézem **Geszti Tamás** *Kvantummechanika* című könyvének egy összefoglalóját az EPR gondolatkísérletről, mivel ennek segítségével érzékeltetni tudom, hogy *én* mit is gondolok:

> *„Tekintsük át bevezetésül kicsit részletesebben az EPR-cikkben megfogalmazott követelményeket, a spinek nyelvén elmondva:*
> *1. tökéletes antikorreláció;*
> *2. lokalitás: a szétrepülés után van két rendszerünk kölcsönhatás nélkül (kvantummechanika: nincs!); a második rendszer állapotát nem befolyásolhatja, hogy az elsőn mit mérünk (kvantummechanika: nincs első és második!);*
> *3. valóság: "a második spinvetület" értékét az első mérése után a rendszer megzavarása nélkül biztosan tudjuk, ez tehát egy "eleme a fizikai valóságnak", ami a kvantummechanikában nincs benne;*
> *4. teljesség: a kvantummechanika nem teljes, mert a fizikai valóság egy elemét nem tartalmazza.*
> *A ma legelterjedtebb álláspont szerint ebben a kritikus feltevés a lokalitás: a*

kvantummechanika teljes, de csak a kétrészecske-állapotok valóságosak, amelyek (itt) egy részecske spinvetületét mérve meghatározhatók, a második mérés ezt csak ellenőrizheti. Ez nemlokális kapcsolatot jelent a kétrészecske-állapot két detektornál való megjelenései között. Ez a nemlokalitás azonban nem sérti a relativitás elvét, mert jeladásra nem használható ("no-signalling"), ugyanis egy detektor jelén nem látszik, mit csináltunk vagy mit láttunk a másikon: ez "békés egymás mellett élés a kvantummechanika és a speciális relativitás között" (Shimony 1984).”[1]

Amint **Geszti Tamás** megfogalmazta, manapság legtöbben a lokalitást vonják kétségbe a kvantummechanikai jelenségek magyarázatának **Einstein**-féle elvárásaiból. Korábban már írtam arról[2], hogy én azért értek egyet **Einstein**nel és kételkedem a nemlokalitásban, mert ez a tér két különböző pontjának időtlen kapcsolatát feltételezi, amit végtelen sebességként is jellemezhetek. Így nemcsak – sőt nem is elsősorban – a speciális relativitáselmélet miatt nem hiszek egy ilyen kapcsolat létében, hanem a hétköznapi tapasztalatainkra támaszkodva gondolom ezt, mivel végtelen *mennyiség* csak potenciálisan létezik.

2. A kvantumjelenségek és az információ

Mi okozhatja mégis a lokalitást meghazudtoló mérési tapasztalatokat a kapcsolatba kerülő – például ütköző, vagy azonos forrásból – szétrepülő részecskéknél? Korábbi cikkeimből már sejthető a válasz, bár konkrétan nem fogalmaztam meg. A kulcsszó az *információ*.

Tévelygéseink oka egy olyan – még hiányzó – információelmélet, amely az energiához hasonlóan fizikai létezőként tárgyalja és írja le az információt. Két objektum találkozásakor nemcsak energia, de információ is cserélődik. Ennek az energia- és információcserének a következménye az, hogy a két objektum egy rendszerként írható le, azaz bármelyik objektumon végzett mérés az egységüket mutatja, azaz – nevezzük így – *kollektív* információt nyújt. (Szándékosan használom a *kollektív* szót, mert meg akarom különböztetni az információelmélet *kölcsönös információ* fogalmától.)

Véleményem szerint a kvantumvilágban két vagy több objektum összefonódása elképzelhető mindenféle nem-lokalitás feltételezése nélkül, mivel a mikrokozmoszban is érvényesül a hatás-ellenhatás elve. Ez utóbbi elv, azaz **Newton** 3. törvénye nélkül semmilyen számítást nem tudnánk elvégezni nemcsak egy új égitest, de egy új részecske felfedezésénél sem. Magyarul; fölfedezni sem tudnánk egy olyan égitestet, vagy részecskét, melyeket közvetlenül nem, csak hatásaiban érzékelünk. Az információk kinyerése az úgynevezett kollektív információból nem jelent mást, minthogy az egyik részecske *méréséből*, és a tapasztalatokból általánosított kvantumfizikai *törvényekből* származó információk felhasználásával *számításokat* végzünk, és így alkotunk képet a másik részecske állapotáról. **Ha helyes lenne az a szemlélet, hogy egy összefonódott állapotban nincs egyik és másik részecske, csak az együttesük, akkor nem tudnék új részecskét felfedezni, abból kiindulva, hogy a bármelyikükön elvégzett mérés úgymond; csak az együttesükre vonatkozik.**

Nem kell tehát semmiféle nem-lokalitásra, időtlen kapcsolatra következtetni, elegendő

[1] **Geszti Tamás**, *Kvantummechanika*, Typotex, Budapest, 2007, 225. oldal. Az eredeti szövegben dőlt betűkkel kiemelteket itt aláhúzással jelöltem.

[2] Lásd a következő cikket: *Kvantummacskák és más kvantumhuncutságok II. rész – Einstein és a dobókocka*; http://www.infinitemath.hu/index.php/egyeb/item/206-kvantummacsk%C3%A1k-%C3%A9s-m%C3%A1s-kvantumhuncuts%C3%A1gok-ii-r%C3%A9sz.html

arra gondolni, hogy a részecskék ütközésénél az energia- és információcsere kölcsönös, és ezt az információt az ütközés után mindkét részecske „magával viszi”. Gondolhatunk úgy az ilyen kollektív információra, mint a találkozás „emlékére”, mely emlékkel valamennyi részecske rendelkezik, amely a találkozásban részt vett. Természetesen a számításokhoz itt is szükséges az a *tudás* formájában meglévő információ, amellyel a megfigyelő rendelkezik a kvantumokra, és a mérőberendezésre, sőt az egész fizikára vonatkozóan.

Az információ kapcsán megérdemel néhány gondolatot a mikroszkopikus események *felnagyításának* folyamata. Maga az a tény, hogy a kvantumos események felnagyíthatóak; azt jelenti számomra, hogy az információra vonatkozóan nincs megmaradási tétel, más szóval az információátadás mikroszinten is *másolást* jelent; azaz nem törlődhet teljes mértékben az eredeti helyén az információ. Pontosabban az információcsere után összegzett információ több, mint a csere előtti információk összege. Matematikailag ez a bonyolultság növekedésében, illetve az ezt kifejező entrópia-csökkenésben jelenik meg.

Megjegyzés:

Félreértésre adhatnak okot a *fizikai* információelmélet hiányára vonatkozó megjegyzéseim. A jelenleg kialakulóban lévő kvantum-információelméletet nem tartom „igazinak”, mert a klasszikus információelmélethez hasonlóan nem az információt, mint fizikai létezőt írja le, hanem a kvantumokat információhordozóként és tárolóként tekinti, és az információátvitel lehetőségeit vizsgálja. Így az elméleti megközelítései sokkal inkább kommunikációelméletnek tekinthetők, mintsem információelméletnek, hasonlóan a **shannoni** megközelítéshez.[3]

Hogy érthetőbb legyen, miért gondolom azt, hogy a fizikai információt másképpen kellene meghatározni, az érveim a következők. A fizikai – vagy hőtani – entrópiát kétféle leírásból ismerjük, egyrészt a makroszkopikus jellemzőkből, másrészt mikroszkopikus állapotokból statisztikus jelleggel. Így összekapcsolhatóak, azaz egymásból kölcsönösen kiszámíthatóak a kvantumos és a makro-állapotokat jellemző paraméterek. Ezzel szemben az információelmélet entrópia fogalmát – melynek matematikai megfogalmazása a fizikai entrópia statisztikus leírásához hasonlít – csak „egyoldalúan” ismerjük. Jó lenne, ha ezt a fogalmat is leírhatnánk kétféleképpen, vagy – amiből ez levezethető lenne – ha a két statisztikai leírást, azaz a fizikait és az információelméletit végre igazi egységbe tudnánk foglalni. Ha valóban beigazolódna, hogy az entrópia előjelétől vagy nulla mértékétől – azaz a változásoknak a rendezettséget, másképp a bonyolultságot módosító jellegétől – függ az, hogy a valószínűségszámítás során melyik kételemű számot kell használnom, akkor közelebb kerülhetnénk az előbb említett egységesítéshez, és már „csak” az hiányozna, hogy a kételemű számokat összekapcsoljuk egy közös számrendszerbe. E megfontolások apropóján még egy fontos megjegyzés: az információelmélet negatív entrópiája a hiperbolikus számokért „kiált”, természetesen csak akkor, ha valóban az entrópia-változás jellegétől függ a valószínűségi modell. A valószínűségszámításaink matematikája sok sebből vérzik, ezt a következtetést már többen levonták ezeregy más okból is. A megoldás felé vezető út első lépése a kételemű számok használata lenne *minden* valószínűségi modellben. Ehhez az elképzeléshez vezető gondolatsort lásd egy korábbi

[3] Kritikáim ellenére bízom abban, hogy ezekkel az elméleti próbálkozásokkal és a gyakorlatukkal, azaz a kvantumszámítógépek kezdeteinek tapasztalataival eljutunk végül az információ fizikai mibenlétének megismeréséhez.

cikkemben: *Széljegyzetek Andrei Khrennikov hiperbolikus kvantummechanikájához.*[4]

3. A kvantumjelenségek és a mérés

A **Schrödinger** egyenletet mindig is úgy tekintettem, mint **Newton** 1. törvényének hullámmechanikai megfelelőjét; azaz a részecske hullámtulajdonságában is megtartja mozgásának egyenletes, determinisztikus jellegét mindaddig, míg ezt az állapotot egy másik részecske vagy erő hatása meg nem változtatja egy kölcsönhatás során. A kvantummechanika – továbbiakban QM – kulcskérdése a mérés, hiszen ezzel szerzünk információt a mikroszkopikus eseményekről. A klasszikus szinttel szemben az a probléma a kvantumméréseknél, hogy a mérés jelentős mértékben változtatja meg a mért objektum állapotát, ami azt jelenti, hogy a mérés során az energia- és információcserében az energiacsere is hangsúlyos része a folyamatnak. Ráadásul a részecskének a – mérés következtében létrejött kölcsönhatásra adott – „válaszát" fel kell nagyítani, hogy klasszikus szinten érzékelhető legyen. Így a kölcsönhatások láncolatán keresztül kellene követni a hatás-ellenhatások egymásutánját, hogy a végeredményként tapasztalt ellenhatásból pontosan visszakövetkeztessünk a mérni kívánt objektumra. Amint korábban megjegyeztem, igen fontos – és nem igazán végig gondolt – tény, hogy egy mikroszkopikus esemény felnagyítható.

A kvantum-mérések problematikáját mindenki felvetette, aki a kvantumfizika elméleti építményéhez jelentős mértékben hozzájárult. Így **Neumann János** is külön fejezetben foglalkozik a méréssel a QM matematikáját leíró, és axiomatizáló korai művében[5]. **Wigner Jenő** 1963-ban jelentetett meg egy tanulmányt[6] a mérés problematikájáról. Nem sorolom tovább, mert az is vaskos kötetet tenne ki, ha csak listáznánk a témában született műveket. Talán még egy kortárs könyvet megemlítek; **Geszti Tamás** *Kvantummechanika* című könyvében is kötelező jelleggel foglalkozik a kvantumrnérésekkel[7].

Nem kívánom a mérésekkel kapcsolatos elképzeléseket tovább taglalni, még a saját véleményemet sem akarom körvonalazni addig, amíg a QM matematikájának lényegét érintő újabb matematikai elemek nincsenek beépítve a QM elméleti leírásába. **A teljességre való törekvés nélkül felsorolok néhány új szempontot, illetve újabb matematikai eredményt, melyek nem hagyhatók figyelmen kívül a QM matematikai eszköztárából sem.**

3.1. A kételemű számok, mint speciális végtelen-modellek

A végtelenek tanulmányozása, és a velük való játék vezetett el engem a kételemű számokhoz. Emlékeztetőül; egy z kételemű szám, ha

$z = x + \boldsymbol{\delta} y$

[4] http://www.infinitemath.hu/index.php/egyeb/item/201-sz%C3%A9ljegyzetek-andrei-khrennikov-hiperbolikus-kvantummechanik%C3%A1j%C3%A1hoz.html

[5] **Neumann János,** *A kvantummechanika matematikai alapjai*, Akadémia Kiadó, Budapest 1980, 249. oldal

[6] **Wigner Jenő**, *Szimmetriák és reflexiók – Wigner Jenő tudományos esszéi*, Gondolat, Budapest 1972, 197. oldal *A mérés problémája*

[7] **Geszti Tamás**, *Kvantummechanika* – Typotex, Budapest, 2007. 245. oldal

Ahol x és y valós számok, δ = **i, j, k, $i^2=-1$, $j^2=0$, $k^2=1$** aszerint, hogy **komplex**, **parabolikus** (másképp **duális**), illetve **hiperbolikus** számról van szó.

A kételemű számok használhatóságának, sőt mindenütt-jelenlévőségüknek elsődleges oka az, hogy a végtelenek speciális fajtáit reprezentálják. Ezért szükséges a használatuk, valahányszor az aktuális – és így érzékelhetetlen – végtelen mennyiség új minőségként „nyilvánítja ki önmagát". Egy korábbi cikkemben[8] leírtam azt a heurisztikus megközelítést, amely szerint a kételemű számok képzetes része az intenzív végtelent modellezheti. Ez többek között a 0,999… szám és az 1,000… szám közötti egyenlőség/egyenlőtlenségről szól, és ezek egy-egy variációjáról.

A kételemű számok, mint végtelen-modellek a kontinuum-hipotézist nem tagadják, hanem – a geometriabeli párhuzamossági axiómákhoz hasonlóan – három lehetséges változatát nyújtják a **Cantor** által megfogalmazott „nincsenek közbülső számosságok" féle állításnak. A klasszikus kontinuum hipotézis a komplex számsík által modellezhető. A három számsík, mint végtelen-modell egyikéhez sem tartozik hozzá aktuális létezőként a 10^{μ} formában felírható nagy szám modellbeli megfelelője, ahol μ a természetes számok számosságát jelöli. Aktuálisan létező, tehát a számsíkon konkrét számként megjelenő végtelen-modell, azaz minden n természetes számnál nagyobb számnak a megfelelője, mely ugyanakkor definíciója szerint 10^{μ}-nél kisebb végtelen: a **parabolikus számsíkon egyetlen** létezik, a **hiperbolikus számsíkon viszont végtelen sok** van belőle. A **komplex számsíkon pedig nem létezik** konkrét számként megjelenő, azaz aktuálisan létező végtelen nagy szám modellbeli megfelelője. (Az előző paragrafusban a heurisztikus megközelítés leírásában intenzív végtelen modelljeként említettem a kételeműek képzetes részét, itt viszont az extenzív végtelen modelljeként mutattam be. A végtelen-modell ebből a szempontból duális; mind az intenzív, mind az extenzív végtelen topológiáját ábrázolja.)

3.2. A kételemű számok, mint téridő-modellek

A hiperbolikus számsík a speciális relativitáselméletbeli téridő geometriájának topológiáját szemlélteti, ha a teret egy dimenzióra szűkítem. **Ha ennek mintájára mindegyik kételemű számsíkot, így a komplex számsíkot is a tér és az idő egyfajta topológiai modelljének tekintem, akkor – rejtve a QM komplex valószínűségi amplitúdóiban – valamiféle speciális (komplex) téridő-függvényt rendelünk a klasszikus térhez és időhöz, mint háttérhez.** Miképp mondhatnának bármit is a mikrovilágban zajló események „valódi" téridejéről azok az összefüggések, melyek egy-egy részecske lehetséges állapotainak – például egy adott időben való helyének – valószínűségéről szólnak? Ha a valószínűségi leírásban van olyan összefüggés, mely teljesen független egy konkrét részecskétől és annak állapotaitól, akkor a fiktív téridőnek ezek az összefüggései magáról a valódi téridőről mondanak valamit. Ilyen kontextus bizony létezik, hiszen épp ez az az összefüggés, melyben eltérnek a valószínűségi összegzések szabályai, tehát az, hogy a valószínűségek összegzésénél a kételemű számok mely fajtáját kell használnom. (Ehhez lásd a 3.3. pontot.) Ennek megfelelően a QM klasszikus tér- és idő-hátterét éppúgy helytelen használni, amennyire helytelen a newtoni téridő a fénysebesség-közeli mozgások leírására. **Azt állítom ezzel, hogy a kvantummechanikai tapasztalatokból szerzett valószínűségi *összegzési* szabály**

[8] Lásd *„A geometriai algebrában rejtőzködő végtelen"* című cikk 2. oldalának a középső részét; http://www.infinitemath.hu/index.php/matematika/item/199-a-geometriai-algebr%C3%A1ban-rejt%C5%91zk%C3%B6d%C5%91-v%C3%A9gtelen.html

alapvetően valamiféle téridő jellemző tulajdonságát érzékelteti.[9] Ez nagyon hasonló ahhoz, amint a speciális relativitáselmélet – a klasszikustól eltérő – sebességösszegzést fogalmaz meg. Tulajdonképpen szükségtelen a QM-et relativizálni, mert a tér és az idő viszonya már szerves részét képezi, mint a valószínűségek összegzési szabálya. Ugyanakkor ez nem jelenti az általános relativitáselmélettel való harmonizáltságát.

3.3. A valószínűségek összegzési szabályai

Az itt következők részletesebben megtalálhatóak a *Széljegyzetek Andrei Khrennikov hiperbolikus kvantummechanikájához*[10] című cikkemben.

Egymást kizáró eseményekre a valószínűségek klasszikus összegzési szabálya a következő:

$$P = P_1 + P_2 \tag{1}$$

Ahol P, P_1, P_2 pozitív valós számok. (A normálás kérdése nem túl fontos jelen tárgyalásom szempontjából, de mindig feltételezem, hogy 1-re normáltak a valószínűségek, ami (1) esetén azt jelenti, hogy P=1.)

3.3.1. Valószínűségek összegzése a jelenlegi kvantumleírásokban – komplex interferencia

Az (1) összefüggéssel szemben a kvantumfizikában az elemi részecskéknél a valószínűségeik összegzésére – a kétrés-kísérlettel szemléltethető interferenciára – az alábbi törvényszerűség működik a kísérletek alapján:

$$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2|\cos\Theta \tag{2}$$

Ahol P, P_1, P_2 komplex számok, $|\ |$ az abszolútértéket jelöli, és Θ a P_1, és P_2 komplex számvektorok által bezárt szög. Nagyon fontos látni azt, hogy az (1) összefüggés itt is igaz, csak a P, P_1, P_2 *komplex* számokra értelmezve. A mérhető, azaz a gyakorlatban tapasztalható valószínűség azonban a (2) összefüggés alapján számítható, azaz komplex abszolútérték-négyzettel egyenlő. (A normálást itt úgy kell érteni, hogy $|P|^2=1$.)

3.3.2. Valószínűségek klasszikus összegzése – parabolikus interferencia

Annak mintájára, amint a **Hilbert** teret értelmeztük, nevezzük *parabolikus* **Hilbert**-térnek azt a szimbolikus teret, melyben a tér koordinátái parabolikus számok. A valószínűségek összegzése, azaz a parabolikus interferencia leírása ekkor a következő szabállyal írható itt le:

$$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2|\,\mathrm{cp}\,\Theta \tag{3}$$

---

[9] Eddig azért nem volt ez ismert, mert a komplex számoknál a számvektorok több tulajdonsága (például abszolútértéke, vagy folytonossági definíciói) matematikailag azonosak az euklideszi vektorterekben definiáltakkal. Így a valószínűségek összegzése megfeleltethető volt egyfajta háromszög-egyenlőtlenségnek. A titokzatos csak az volt, hogy ez az összegzési szabály eltért a valószínűségek klasszikus összegzésétől.

[10] Lásd a 4. lábjegyzetet.

A fenti egyenletben P, P_1, P_2 parabolikus számok, Θ a P_1, és P_2 parabolikus számvektorok által bezárt parabolikus szög, és cp a koszinusz függvény megfelelője a parabolikus számsíkon. Megismétlem, hogy az (1) összefüggés kezdettől fogva igaz itt is, csak a P, P_1, P_2 *parabolikus* számokra értelmezve.

Mivel a parabolikus koszinusz függvényre $\mathrm{cp}\,\Theta \equiv 1$, ezért a (3)-ból az következik, hogy:

$$|P|^2 = |P_1|^2 + |P_2|^2 + 2|P_1||P_2| = \left||P_1| + |P_2|\right|^2 \quad (4)$$

A (4) egyenletekből kiemelem a következőt:

$$|P|^2 = \left||P_1| + |P_2|\right|^2 \quad (5)$$

A **klasszikus valószínűségi összegzést, az (1) egyenletet kaptuk itt meg**, ha a parabolikus számokat azokra korlátozzuk, melyeknek valós eleme nem negatív. Ezekre ugyanis P, P_1 és P_2 pozitív valós számok, így a normájuk is az, tehát elhagyhatóak az abszolútérték-jelek az (5) egyenletben, és P=1 is igaz, valamint egy – most már elvégezhető – gyökvonás után megkapjuk (1)-et.

Így elmondható, ami – szerintem – a legfontosabb a fenti levezetésekben, hogy **a parabolikus valószínűségi amplitúdók összegzési szabályát alkalmazva a klasszikus valószínűségi számításokkal megegyező összefüggéshez jutottam.** Érdekesség, és nagyon elgondolkodtató, hogy a négyzetes szabály alkalmazása – azaz a nagyítás – itt is szükséges ahhoz, hogy *visszakapjuk* a klasszikus valószínűségi összefüggést valós számokra.

3.3.3. Hiperbolikus valószínűségek összegzése – hiperbolikus interferencia

Az előzőek mintájára nevezzük *hiperbolikus* **Hilbert**-térnek azt a szimbolikus teret, melyben a tér koordinátái hiperbolikus számok. Ekkor a valószínűségek összegzésének módja, azaz a hiperbolikus interferencia leírása a következő:

$$|\mathrm{P}|^2 = |\mathrm{P}_1|^2 + |\mathrm{P}_2|^2 + 2|\mathrm{P}_1||\mathrm{P}_2| \cosh\Theta \quad (6)$$

Ahol P, P_1, P_2 hiperbolikus számok és Θ a P_1, és P_2 hiperbolikus számvektorok által bezárt hiperbolikus szög. Megismétlem, hogy az (1) összefüggés itt is igaz, csak a P, P_1, P_2 *hiperbolikus* számokra értelmezve, és ebből vezethető le a (6) összefüggés, ahol már a valós számok körében számolhatunk.

3.4. A kételemű számok Descartes koordinátái és polárkoordinátái

Van egy lényeges különbség a komplex számsík konvergencia-definíciója és a hiperbolikus, valamint a parabolikus számok konvergencia feltételei között, és ennek következtében a folytonossági feltételek között is. Nézzük röviden a háromféle számsík számvektorainak **Descartes**- és polárkoordinátás alakjait.

Descartes-féle koordinátákkal a kételemű számok alakja a következő:

$$z = x + \boldsymbol{\delta} y$$

Ahol x és y valós számok, $\boldsymbol{\delta}$ = **i, j, k,** $\mathbf{i}^2=-1$, $\mathbf{j}^2=0$, $\mathbf{k}^2=1$ aszerint, hogy **komplex**, **parabolikus** (másképp **duális**), illetve **hiperbolikus** számról van szó.

Ezeknek a számoknak a polárkoordinátás alakja a következő:

$z = \varrho(\cos\varphi + \boldsymbol{i}\sin\varphi)$ a komplex számoknál,

$z = \varrho(cp\,\varphi - \boldsymbol{j}sp\varphi)$ a parabolikus számoknál,

$z = \varrho(cosh\,\varphi + i\,sinh\,\varphi)$ a hiperbolikus számoknál.

Mindhárom síkra egységesen felírható exponenciális alakkal:

$z = \varrho e^{\delta\varphi}$

A fentiekben szereplő függvényekre mindhárom számsíkon általánosan igaz az, hogy

$$\varrho = \sqrt{x^2 - \boldsymbol{\delta}^2 y^2} = \sqrt{z\bar{z}}$$

$$\boldsymbol{\delta}\,\varphi = \ln z - \ln\varrho = \ln\frac{z}{\varrho} = \ln\frac{x + \boldsymbol{\delta}y}{\sqrt{x^2 - \boldsymbol{\delta}^2 y^2}} = \ln\sqrt{\frac{x + \boldsymbol{\delta}y}{x - \boldsymbol{\delta}y}} = \ln\sqrt{\frac{z}{\bar{z}}}$$

Ahol **δ,** mint fent, azaz **δ = i, j, k,** $\mathbf{i}^2=-1$**,** $\mathbf{j}^2=0$**,** $\mathbf{k}^2=1$ aszerint, hogy komplex, parabolikus, vagy hiperbolikus számról van szó, és $\bar{z}$ a z konjugáltját jelöli, azaz mindhárom számsíkon $\bar{z} = x - \boldsymbol{\delta}y$ ha $z = x + \boldsymbol{\delta}y$. A trigonometrikus és a hiperbolikus függvények nem szorulnak magyarázatra, de a parabolikus függvények definíciót érdemes megismételni; a parabolikus – vagy másképp duális – számokon értelmezett függvényekre **cp [arg(z)] ≡ 1**, **sp [arg(z)] = y/x**, ahol **arg z = y/x**.

A fenti ρ függvényt *normának* fogom nevezni, a φ függvényt pedig *argumentumnak*.

Nem vezetem le a bizonyítást, mert szinte triviális, hogy a fentiekből következően egyedül a komplex esetben következik a norma konvergenciájából a **Descartes**-féle koordináták konvergenciája, illetve az argumentum konvergenciája. A parabolikus és a hiperbolikus számsíkon csak az igaz, hogy mindkét **Descartes**-féle koordináta konvergenciájából következik a norma konvergenciája, de ez fordítva már nem igaz ezen a két számsíkon.

A fentiek miatt csak a komplex amplitúdós valószínűségeknél nem gond a folytonosság feltételezése. A QM folytonos valószínűségekkel, pontosabban valószínűség-sűrűségekkel számol, és ez addig nem is probléma, amíg a komplex amplitúdós valószínűségek körében maradunk. Abban a pillanatban, amint parabolikus, vagy hiperbolikus amplitúdókkal is számolni kell, akkor a valószínűségi amplitúdók folytonossági kérdései nem triviálisak. Ugyanakkor már a komplex esetben sem érzékelhető a komplex amplitúdó, **csak az amplitúdó-négyzetet tudom mérni**. A hiperbolikus és a parabolikus esetben a normák a számsík bizonyos részein csak *képzetes* számként értelmezhetőek, ezért korábban arra jutottam, hogy a komplexeknél a norma-négyzet mérhetőségét, egyszersmind az amplitúdó érzékelhetetlenségét azzal is magyarázhatom, hogy **a norma képzetes volta az oka** ennek.[11] Ez tökéletes összhangban van a képzetes számok végtelen-értelmezésével, valamint azzal a tapasztalatunkkal, hogy végtelen mennyiséget nem érzékelek. Itt felmerül az a gondolat, hogy végtelen mennyiséget ugyan valóban nem tapasztalok, de helyette egy új minőséget igen. Mit jelent ez a valószínűségek esetén? A nulla valószínűségnégyzetből gyökvonással kapott képzetes valószínűség – mely egyúttal nem azonos a nulla valószínűséggel – használható olyan jelenségeknél, melyek nem valószínűek, de nem lehetetlenek. Végül a negatív valószínűségnégyzetből gyökvonással kapott képzetes

[11] Gondoljunk arra, hogy a képzetes egységek bevezetésével egy négyzetgyökvonásnál az eredmény nemcsak pozitív, vagy negatív valós szám lehet, de pozitív vagy negatív *képzetes* számot is kaphatok eredményül.

valószínűség lehetetlen eseményeket jelez. Definiálni kell majd, hogy mit értek lehetetlen eseményen, illetve azt, hogy mihez képest lehetetlen egy esemény. Az egységes kezelés érdekében felmerül az az ötlet, hogy a pozitív valószínűség-négyzetből gyökvonással kapott valószínűségi értékeket sem valós számként értelmezzem, hanem képzetesként.

4. Mérés és információ – sejtések megfogalmazása a QM nem-teljességével kapcsolatban

Az itt következőek azon a feltételezésen alapulnak, hogy a valószínűségek összegzési szabálya a leírt folyamattal együtt járó entrópiaváltozás jellegétől függ.

A QM jelenlegi formájában a komplex valószínűségi együtthatók használata azt jelzi, hogy növekvő entrópiaváltozással jár a folyamat, hiszen komplex valószínűségi összegzést használ a leírás. A mérés során azonban információcsere is történik, erre pedig az entrópia csökkenése a jellemző. A problémát így abban látom, hogy a kvantummérésekben a hatás-ellenhatásban lezajló energiacsere leírása valósul meg a matematikai modellben, holott információcsere is zajlik a folyamat során. Tulajdonképpen ez vezet a nemlokalitás feltételezéséhez is, hiszen nem számol a modell az átadott információval, amely mintegy „beépül” a találkozásban résztvevő részecskékbe, mint valamiféle „emlékkép”. Ez az új szemlélet ugyan érveket ad a lokalitás meglétére, de marad a probléma, hogy a tapasztalat miért csak komplex összegzést mutat, és miért csak a nemlokalitás-féle magyarázat sejteti az információs folyamatokat.

A nemlokalitás feltételezése az összefonódott állapot jelenleg elterjedt *értelmezéséből* ered, ami azonban nem veszi figyelembe kellő súllyal a mérő berendezésben az ember szerepét, hiszen az összefonódásnak az ember is résztvevője, és a mérésbeli folyamatokban az információcsere legfontosabb eleme. Ugyanis az ember *tudását* is számításba kell venni a mérés folyamatában. Ez alatt azt értem, hogy **a mérés folyamatának a megfigyelő is részese a kvantumfizikai ismereteivel, azaz *tudásával***. Ez pedig fontos része az információcsere leírásának, hiszen csak ezzel tud a megfigyelő következtetéseket levonni; például két összefonódott részecske egyikén végzett mérésből a másikra vonatkozóan. És mindezt épp a *tudása* miatt képes megtenni mindenféle nemlokalitás feltételezése nélkül. A klasszikus QM-megközelítés figyelembe veszi, és fontosnak tartja a megfigyelő szerepét, hiszen a mérőeszközt és a mérést végző személyt az összefonódás részének tekinti. A probléma az, hogy **ugyan szimbolikusan megjelenik a megfigyelő állapota a matematikai leírásban, de ez az ábrázolás mégsem tükrözi a megfigyelő *tudásának* meghatározó funkcióját és hatását a mérési folyamatban**. Tulajdonképpen ez az a ***rejtett változó***, ami kimaradt a leírásból, és ez az a tökéletlenség, ami miatt megjelenik a titokzatos nemlokalitás feltételezése. Megnevezhető így a hiányosság, ami a jelenlegi kvantummechanikai leírást ***nem-teljessé*** teszi, és amit **Einstein** is nagyon jól sejtett.

Megjegyzés:

Itt nem a szuperpozíció-elvet kérdőjeleztem meg, csak annak értelmezését. **Wigner Jenő** írta a mérésről szóló tanulmányában:

> *„Az a tény, hogy a kvantummechanikai törvények szemléletesebb értelmezése összeférhetetlen a mozgásegyenletekkel, speciálisan a szuperpozíció-elvvel, jelentheti azt, hogy az ortodox értelmezést fenn kell tartani; azt is jelentheti, hogy a*

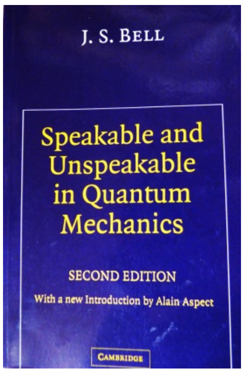
szuperpozíció elvet el kell majd vetnünk. Lehet, hogy ez Ludwig javaslatának szellemében történik, vagy ahogy én indítványoztam, vagy valamilyen harmadik módon, amit ma még nem sejthetünk.”[12]

Wigner Jenő kifejezésével élve én egy harmadik lehetőségre szavazok.

Az információs – és így az entrópia csökkentő folyamatoknak – három lépcsőjét tudom megkülönböztetni a mérés során: *elsőként* a mérési beavatkozás alatt a részecskékben **„emlék” tárolódik** a beavatkozásról, *másodsorban* a **felnagyítás információs folyamata** következik, *végül* az **emberi információfeldolgozás**, melyben az emberi **tudás**é a legnagyobb szerep. Az első két szakaszt is nevezhetem információ-feldolgozásnak, hiszen az „emlék-lerakódás” is egyfajta információfeldolgozás, és a felnagyítás sem csak egyszerű információmásolás, hiszen akkor nem lenne *nagyítás*.

Ezeknek a háromlépcsős információs folyamatoknak a majdani matematikai leírása felfogható olyan *rejtett változós* leírásnak, mely az eddigi QM-ből hiányzott. Viszont ez nem lehet része a *komplex* ***Hilbert****-tér*beli leírásnak, hiszen az információs folyamatok entrópiacsökkenéssel járnak, így matematikai kezelésükhöz a hiperbolikus valószínűségekre, így *hiperbolikus* ***Hilbert****-tér*re van szükség,[13] ha egyáltalán a **Hilbert**-tér a megfelelő eszköz egy *teljes* QM-matematikára.[14] Ahhoz, hogy ennek segítségével teljessé tegyük a QM-et, nem kevés – ráadásul még felfedezetlen – eszköztárra lesz szükség: egy *fizikai* információelméletre, és egy olyan számrendszerre, melynek mindhárom kételemű számhalmaz a része. Nem csoda hát, hogy a QM-et a jelenlegi matematikai eszközökkel nem tudták még teljessé tenni.

5. A Bell egyenlőtlenségek



Többek szerint a **Bell** egyenlőtlenségekről szóló cikk 1964-ben a QM második forradalmát hozta. A sokat vitatott rejtett változók létének lehetőségeit vizsgálta **J. S. Bell**, és olyan matematikai korlátot vélt felfedezni, mely eleget tett **Karl Popper** falszifikálhatósági feltételének, azaz tesztelhető és cáfolható volt az állítás.

Bell miután hibásnak találta **Neumann** ellenérveit a rejtett változókra; abból a feltevésből indult ki, hogy léteznek rejtett paraméterek, és ezekkel determinisztikus leírása adható a mérésnek.

---

[12] **Wigner Jenő**, *Szimmetriák és reflexiók – Wigner Jenő tudományos esszéi*, Gondolat, Budapest 1972, 197. oldal *A mérés problémája*. Eredetileg megjelent: *American Journal Physics, Vol. 31, No 1 (1963. január)*. A szövegben utalás történik G. Ludwig cikkére: *„Solved and Unsolve Problems int he Quantum Mechanics of Measurement”* a *Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit* c. kötetben, 1961.

[13] Íme; egy válasz **Moldovaenu**nak, aki a hiperbolikus valószínűségekkel kapcsolatban arról írt, hogy azok nem életképesek a Természet leírására. (Lásd *„A negatív hiperbolikus valószínűségektől egy új és egységes matematikai eszköztár felé”* című cikket; http://www.infinitemath.hu/index.php/egyeb/item/203-a-negat%C3%ADv-hiperbolikus-val%C3%B3sz%C3%ADn%C5%B1s%C3%A9gekt%C5%91l-egy-%C3%BAj-%C3%A9s-egys%C3%A9ges-matematikai-eszk%C3%B6zt%C3%A1r-fel%C3%A9.html)
Nos, annyira életképesnek látszik a hiperbolikus valószínűség matematikai eszköze, hogy magának a klasszikus QM-nek is része kell, hogy legyen szerintem.

[14] A QM csoportelméleti leírásában is szerepel egy konstans, amely a kételemű számok képzetes egységének tulajdonságával bír, azaz, ha a négyzete 0-val egyenlő – miközben önmaga nem nulla – akkor a leírás a klasszikus mechanikát adja, ha a négyzete -1, akkor a kvantummechanikai leíráshoz jutunk. Ez a leírás is alkalmas az információs folyamatok leírására, ha ezt a bizonyos konstanst olyannak definiáljuk, hogy a négyzete 1, miközben önmaga nem azonosan 1.

Úgy gondolta, hogy e rejtett változókat a részecske hordozhatja, illetve a mérőberendezés elrendezése. Ezekkel a kiegészítő paraméterekkel újraszámolva a kvantummechanikai előrejelzéseket ellentmondáshoz jutott **Bell**, pontosabban olyan, a mérések eredményét korlátozó egyenlőtlenséghez, mely már elméletileg is cáfolható volt, és a későbbi mérések valóban cáfolták is. Így a kiinduló állítását fel kellett adnia, azaz indirekt módon bizonyítottnak látta – és vele a fizikusok többsége – hogy rejtett változók nincsenek.

A fentiekben adtam egyféle magyarázatát a **Bell**-féle számítások problematikájának. Következésképpen a fő problémának azt látom, hogy a – joggal feltételezhetően nem kvantummechanikai rejtett változókkal végzett – számítások is kvantummechanikai módszerekkel történnek, holott jól tudjuk, hogy ez a módszertan eltér a klasszikustól. Már **Neumann** rejtett változókat tagadó gondolatsorában is ez zavart a legjobban. Sokan valamiféle határátmenetet feltételeztek, illetve ma is gondolnak a kvantumos és a klasszikus világunk között, és ebben az átmenetben próbálják feloldani a kétféle módszertan eltérését. Az én feltételezésem viszont az, hogy a lényegi eltérés nem a méretekben van, hanem valami módon a változások entrópiája, vagy az entrópiát tartalmazó, esetleg a belőle származtatható entitás az, ami szétválasztja a számítások módszertanát. Pontosabban nem is a módszertan, hanem az alkalmazandó számkör – a kételemű számok valamelyike – az, ami vízválasztó a számításokban. Tőlük függően pedig lényegesen eltér a valószínűségek és általuk az intenzitások számítása, eredményei. Ezt vázoltam tömören a 3.3. pontban. Bármilyen tetszetős is ez a magyarázat, sajnos még használhatatlan, elsődlegesen azért, mert hiányzik a kételemű számokat egyesítő számrendszer, hiszen csak ennek segítségével tudnánk leírni egy olyan változást, amelyben egyaránt megjelennek a komplex, a parabolikus és a hiperbolikus valószínűségek, vagy egyéb változói egy olyan fizikának, melyben egyszerre kell mindhárom kételemű számmal számolni.

A **Bell**ről elnevezett tételt, vagy egyenlőtlenségeket azért tartom forradalminak – ha egy kicsit tévútra is visznek – mert az EPR-rel kapcsolatos gondolatkísérleteket átterelte a megvalósítható, tesztelhető állítások körébe. Érdekes, hogy **Bell**t élete végéig foglalkoztatta egy, a meglévő QM-től eltérő elmélet. Pontosabban az írásainak egy-két mondata utal erre. Például az 1982-ben írt *„A vezérhullám lehetetlenségéről”*[15] című cikkét ezzel a mondattal fejezi be: *„Mindazonáltal lehetséges, hogy **Louis de Broglie** még sokáig inspirálhatja azokat, akik gyanítják, hogy a lehetetlenségként bizonyítottak a fantázia hiányát jelentik.”*[16] Ugyanebben az írásában korábban megjegyzi a QM-mel kapcsolatban, hogy *„...ha egy jövőbeli elmélet determinisztikus lenne, akkor nem lehet a jelenleginek a módosítása, szükséges, hogy alapvetően különbözzék tőle.”*[17] Véleményem szerint **Bell**nek ezek a meglátásai is zseniálisan előrelátóak, és azt gondolom, hogy nemcsak **Einstein**, de **Bell** is hitt a jelenlegi QM nem-teljességében a tételeihez kapcsolódó fizikai kísérletek eredményeinek ellenére.

[15] *„On the impossible pilot wave”*, Foundations of Physics 12 (1982)

[16] *„However that may be, long may Louis de Broglie continue to inspire those who suspect that what is proved by impossibility proofs is lack of imagination.”*

[17] *„.. if a future theory should be deterministic, it cannot be a modification of the present one but must be essentially different.”*