A végtelen megragadása

Új dimenziók

«1+1 az nem „2”
– hanem:
egy ILYEN
meg
egy OLYAN
(és persze ez is csak akkor, ha egyáltalán : „+”)»
/Fodor Ákos,Még magasabb matematika/

Egy-egy gondolatsort[1] követve többször jutottam arra a következtetésre, hogy a valóságban az aktuális végtelen, mint mennyiség nem létezik[2], csak egy új minőség álruhájában. Értem ezt úgy, hogy mielőtt egy mennyiségi növekedés végtelenné válna; egy új minőségbe csap át, azaz a végtelen nagy, mint mennyiség potenciálisan létezik ugyan, de aktuálissá válása felülírja az adott mennyiség minőségi jegyeit, és egy új tulajdonságokkal bíró egyedi létezővé változik.

A matematikai végtelen fogalma kezdetben abból a tapasztalatból táplálkozott, ami szerint egy halomba rakott *számtalan* apróssághoz újabb apróságok hozzáadásával a mennyiség változatlanul *számtalan sok* marad számunkra. Vagy, amint **Y. D. Sergeyev** hivatkozik egyik cikkében[3] egy Amazonas menti törzsre, akik állítólag csak kettőig tudtak számolni, a nagyobb mennyiségek számukra mind a „sok” megnevezést kapták. **Cantor** végtelen fogalmain elvégzett alapműveletek; az összeadás, a szorzás hasonló képet mutatnak. Egyedül a rendezettséget tükröző rendszámoknál különbözteti meg ez a számrendszer például az ’ω’ és az ’ω+1’ rendszámokat a végtelenek körében. Ez utóbbi törekvésben azonban sokkal inkább az szemlélet fogalmazódik meg, hogy **Cantor** feltevése szerint jólrendezettek, azaz sorban egymás után következőek a végtelen mennyiségek. Ettől a látásmódtól alapjaiban tér el a végtelenek minőségi megközelítése.

Y. D. Sergeyev grossone elméletéről írtam már.[4] Ez a teória sokban eltér **Cantor** végtelen-elképzeléseitől. A legnagyobb különbség abban mutatkozik, hogy minden számra – a végtelenekre is – posztulálja, hogy a rész kisebb az egésznél. Ez is hétköznapi tapasztalatainkban gyökerezik, de a végtelent változatlanul mennyiségi értelemben ragadja meg.

További példákkal nem illusztrálom a végtelenekkel kapcsolatos elképzeléseket. Akár filozófiai, akár fizikai vagy matematikai értelemben vett végtelenek irodalmáról hatalmas köteteket lehetne megtölteni. Kizárólag a jelenbeli matematikai elképzelések közül említek meg kettőt: a kételemű számokat és a geometriai algebra számokhoz hasonló – **Hestenes** által számoknak is nevezett –

---

[1] Lásd például *„Az új végtelenről”* című cikket: http://www.infinitemath.hu/index.php/matematika/item/162-az-%C3%BAj-v%C3%A9gtelenr%C5%91l.html

[2] Újra és újra rácsodálkozom Arisztotelész éleslátására, amikor a természetes számokkal kapcsolatban megjegyzi, hogy *„mindig lehetséges egy nagyobb számra gondolni… ez a végtelen potenciális, sohasem aktuális.”* **Arisztotelész**, Fizika, III. könyv, 7. rész. Hasonlóan vélekedik az aktuális végtelenről egy jóval későbbi kor nagy matematikusa, **Poincaré**: *„Aktuális végtelen nem létezik, Cantor hívei elfelejtették ezt, és ezért kerültek ellentmondásba.”*

[3] Lásd: http://arxiv.org/pdf/1203.4141v1.pdf

[4] Lásd: http://www.infinitemath.hu/index.php/matematika/item/189-a-grossone-elm%C3%A9letr%C5%91l.html

elemeit. Előző cikkemben[5] kitértem arra, miképp modellezik a végtelent a kételemű számok képzetes részei. Ugyanebben az írásban tettem említést arról, hogy a kételemű számok és a geometriai algebra szoros kapcsolata miatt a geometriai algebra is egyfajta modellje a végtelenek újfajta értelmezésének. **Ezek az összefüggések azért nem nyilvánvalóak, mert az említett számrendszerek a végtelent nem mennyiségként, hanem minőségében újként ragadják meg.** Épp ez a forradalmian új bennük, hogy általuk a végtelen legfontosabb tulajdonságát tudjuk ábrázolni; a végtelennek nem a mennyiségi, hanem a minőségi oldalát. **A végtelen, mint másféle minőség egy új dimenzióként jelenik meg matematikailag a fent említett számrendszerekben**. Töprengtem[6] már a matematikai dimenzió mibenlétén, és íme; itt egy lehetséges magyarázat: az új dimenzió egy mennyiségi végtelen minőségileg új megjelenését jelentheti. Megjegyzem, hogy **már a homogén koordinátákkal való ábrázolásban is egy új dimenzió hozzáadásával szemléltetjük a végtelen elemet**.

Összefoglalás

Hosszú ideig mennyiségként tekintettünk a matematikai végtelenre. A mennyiségi végtelen aktuális léte viszont ellentmondásokhoz vezetett, és ellentmondott a való világból nyert tapasztalatainknak is. Így a mennyiségi végtelenek matematikái nem voltak igazán alkalmasak a valóság modellizálására. A számok mennyiségi tulajdonsága mellett rend jellegét is definiálták a végteleneken **Cantor** ordinális számaiban, de még ezek a rendszámok sem igazán minőségileg különböztetik meg a végteleneket.

A kételemű számok imaginárius elemét a végtelenek egy speciális fajtája modelljeként tekintve elindultunk egy olyan úton, ahol **a végtelen aktuális létét a matematika már nem mennyiségként, hanem új minőségként modellezi**, ami az általános tapasztalatunknak is megfelel.

A végtelen e szemléletében legérdekesebbek a következő gondolatok:

- A **Lorentz** transzformáció hiperbolikus számokkal való modelljében a hiperbolikus szám valós része az idő-dimenziónak, az imaginárius része pedig a tér-dimenziónak az ábrázolása, ha a teret leszűkítem egy dimenzióra.
- Ennek általánosításaként arra gondolhatunk, hogy mindhárom kételemű számsík – azaz a komplex, a parabolikus (duális) és a hiperbolikus számsíkok – a téridő egyfajta geometriáját modellezi, ahol az x tengelyen az idő van ábrázolva, az y képzetes tengely pedig egy térdimenzió.
- **A hiperbolikus számok és a végtelenek kapcsolatából, valamint a fentiekből az következik, hogy a tér végtelen időként fogható fel, a végtelen egy speciális értelmében.**
- Különleges gondolati „csemege”, hogy a végteleneknek – és hiányuknak – azok a fajtái, amelyeket a kételemű számok modelleznek, az **a kontinuum-hipotézis és annak kétféle tagadása**. A valós téridőnket megjelenítő hiperbolikus számsík a klasszikus kontinuum hipotézisnek azt a tagadását szemlélteti, melyben – **Cantor** fogalmait használva – a megszámlálható sok és a kontinuum-sok között végtelen sok végtelen nagy szám létezik. Mondhatjuk, hogy **a téridőnk matematikája egy sokkal bonyolultabb, izgalmasabb képet fest a valóságról, mint amit a kontinuum hipotézis megfogalmaz a végtelenekről**.

---

[5] Lásd: http://www.infinitemath.hu/index.php/matematika/item/199-a-geometriai-algebr%C3%A1ban-rejt%C5%91zk%C3%B6d%C5%91-v%C3%A9gtelen.html
[6] Lásd http://www.infinitemath.hu/index.php/matematika/item/164-a-dimenzi%C3%B3kr%C3%B3l.html